



УДК 621.855

**В.Н. Трубников**  
ФГБОУ ВО «Курская государственная  
сельскохозяйственная академия имени И.И. Иванова»  
г. Курск, Россия  
E-mail kgsha.pma@mail.ru

**С.Г. Боев**  
ФГБОУ ВО «Юго-Западный государственный университет»  
г. Курск, Россия  
E-mail boev.boss@yandex.ru

**С.А. Сергеев**  
ООО «Наука и образование»  
г. Старый Оскол, Россия  
E-mail ssa-cib@yandex.ru  
Дата поступления: 17.10.2017

## МЕТОДИКА ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСЧЕТА ЦЕПНЫХ МУФТ

### Аннотация

Рассмотрены основы методики вероятностных расчетов цепных муфт, позволяющие выработать единую стратегию оптимального их проектирования с учетом надежности. Необходимость такого подхода обосновывается случайным характером эксплуатационных воздействий на элементы муфт. Вероятностный расчет может выполняться и как проверочный. В статье изложен алгоритм его проведения.

**Ключевые слова:** цепная муфта; критерии работоспособности; проектирование муфт, надежность, износостойкость; вероятностный расчет.

### Введение

Перед отечественным машиностроением стоит задача не столько наращивания объемов выпускаемой продукции, сколько повышения ее качества и конкурентоспособности. Уже на стадии проектирования новых образцов техники должна быть обеспечена надежность машины, устранено отрицательное влияние работы отдельных механизмов на функциональность машины в целом. Не последняя роль здесь отводится цепным муфтам в силу их распространенности. Только сельхозмашиностроение выпускает их около 1,5 млн. штук ежегодно. При этом срок службы цепных муфт зачастую не превышает 20-40% от ресурса машины. В конечном итоге речь идет не о финансовой составляющей вопроса, хотя и это представляется важным в контексте масштабности проблемы. Выход из строя муфты приводит к нештатным ситуациям с различной степенью последствий, что увеличивает время простоя оборудования, ве-

дет к значительным материальным потерям. Решение проблемы повышения эксплуатационных характеристик цепных муфт имеет важное народно-хозяйственное значение и может быть достигнуто путем совершенствования конструкций рассматриваемых механизмов на основе разработки эффективных методов их проектирования.

При проектировании цепных муфт выполняют, как правило, детерминистические расчеты, которые являются по своей сути расчетами по аналогии. Их можно использовать лишь для приблизительной, сравнительной оценки работоспособного состояния деталей изделия. В реальных же условиях эксплуатации нагрузка, действующая на детали цепных муфт, носит случайный характер, поэтому параллельно следует выполнять вероятностные расчеты.

### Основная часть

Выполнение вероятностных расчетов цепных муфт по главным критериям рабо-

тоспособности предполагает наличие информации о распределении случайной величины  $z$  [1 - 3], которую будем определять по формуле:

$$z = x - y,$$

где  $x$  и  $y$  – случайные величины, имеющие распределение согласно рисунку 1.

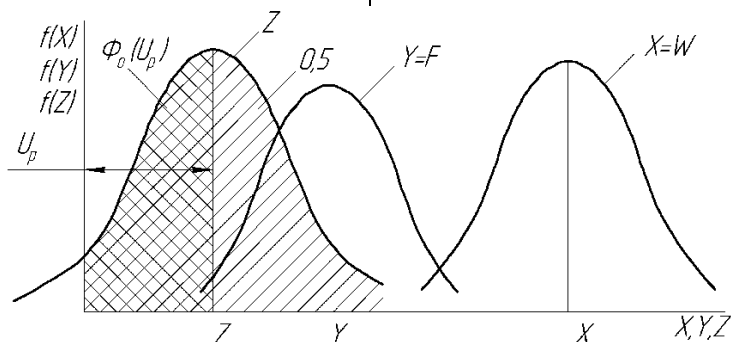


Рисунок 1. Кривые плотности распределения переменных  $X$ ,  $Y$ , и  $Z$

Условимся за  $x$  принимать способность рассчитываемой детали (в большей степени цепи [4, 5]) к сопротивлению, например, усталости, а за  $y$  – величину воздействия на нее. Обозначим:

$$x = W \text{ и } y = F,$$

Введем понятие функции безотказной работы проектируемой детали муфты как разность между ее способностью к сопротивлению  $W$  и величиной воздействия  $F$ . Очевидно, что в нашем случае величина  $z = W - F$  распределяется также по нормальному или логарифмически нормальному закону (см. рисунок 1), параметры которого следующие:

математическое ожидание

$$\bar{z} = \bar{W} - \bar{F}; \quad (1)$$

среднее квадратическое отклонение

$$S_z = \sqrt{S_W^2 + S_F^2}; \quad (2)$$

коэффициент вариации

$$v_z = S_{(z)} / \bar{z}.$$

Функция распределения величины  $z$ :

$$F(z) = P\{z \geq z_*\}, \quad (3)$$

где  $P\{z \geq z_*\}$  – вероятность превышения характеристики  $z$  уровня  $z_*$

Квантиль  $z_p$  распределения величины  $z$  определяемый соотношением:

$$F(z_p) = P,$$

или с учетом выражения (3):

$$P\{z > z_p\} = P,$$

т.е. квантиль  $z_p$  уровня  $P$  является значением  $z$ , вероятность превышения которого

равна  $P$  или, другими словами, доля значений  $z$  в генеральной совокупности, превышающих  $z_p$ , равна  $P$ . Медиана распределения – квантиль  $z_{0,5}$  уровня  $P = 0,5$ . Плотность вероятностей величины  $z$ :

$$f(z) = dF(z) / dz.$$

Необходимые выражения для определения  $f(z)$  приведены в работах [3, 6].

Надежная работы муфты обеспечивается, если удовлетворяется условие  $W > F$  заданной вероятностью  $P$ , причем:

$$P\{W > F\} = P\{z > 0\} = F(z_p).$$

Осуществляя нормирование нормального или логарифмически нормального распределения путем перехода от  $z$  к величине  $U$ , будем иметь:

$$F(z) = F_0(U_p),$$

где  $F_0(U_p)$  – функция нормированного распределения:

$$F_0(U_p) = 0,5 \mp F(U_p).$$

где  $F(U_p)$  – функция Лапласа;  $U_p$  – квантиль кодированного распределения уровня  $P$ . Знак « $\leftarrow$ » в этой формуле для расчета вероятности безотказной работы  $P$ , знак « $\rightarrow$ » – вероятности отказа  $Q$ .

При работе с функцией Лапласа помним о правиле работы с таблицей, где приводятся значения функции  $F(z)$  для интервала  $0 \leq z \leq 5$ . Если  $z > 5$ , то  $F(z) = 0,5$ . Если  $z < 0$ , то используем данные той же таблицы, учитывая, что  $F(-z) = -\hat{O}(z)$ .

При известной величине  $U_p$  имеем

$$z_p = \bar{z} + U_p S_z.$$

Из последнего выражения следует:

$$U_p = (z_p - \bar{z}) / S_z. \quad (4)$$

Вероятность безотказной работы рассчитываемого изделия (цепи или звездочки), т.е. вероятность того, что  $z > 0$  (это соответствует всей заштрихованной зоне на рисунке 1), определяем в соответствии с выражением:

$$P\{z > 0\} = F(0),$$

причем:

$$F(0) = 0,5 - F_0(U_p),$$

где  $F_0(U_p)$  – нормированная функция Лапласа, которой соответствует квантиль, определяемая из выражения (4) при  $z_p = 0$ , т.е.

$$U_p = -\bar{z} / S_z. \quad (5)$$

Приведенные формулы позволяют выполнять вероятностные расчеты на прочность, износостойкость и по другим критериям работоспособного состояния деталей муфты в случаях, когда соответствующие величины не определены по нормальному или логарифмически нормальному закону.

Известно, что надежность цепной муфты, обусловленная износостойкостью цепи и звездочек [7-9], описывается экспоненциальным законом распределения вероятностей, особенно в случае постоянной интенсивности отказов, что соответствует периоду нормальной эксплуатации муфты. В соответствии с приводимыми выше рекомендациями, вероятность безотказной работы детали выразим в следующем виде:

$$E(z > 0) = 0,5 - F_0(U_p), \quad (6)$$

где

$$U_p = -(\bar{n} - 1) / \sqrt{(\bar{m}_W)^2 + \nu_F^2}, \quad (7)$$

причем здесь  $\bar{n} = \bar{W} / \bar{F}$  – коэффициент безопасности по средним значениям случайных величин;  $\nu_W, \nu_F$  – коэффициенты вариации величин  $W$  и  $F$ .

Из формул (6) и (7) следует, что вероятность безотказной работы возрастает с увеличением  $\bar{n}$  и уменьшением  $\nu_W, \nu_F$ . При  $\bar{n} = 1$  квантиль  $U_p = 0$  и величина  $P(z > 0) = 0,5$ .

Математические модели (6) и (7) позволяют выполнять вероятностные расчеты на циклическую прочность (сопротивление усталости) и износостойкость деталей цеп-

ных муфт. Выражение для квантиля, используемое в расчетах на выносливость, с учетом формул (1), (2) и (5) запишем через амплитудное натяжение  $F_a$  цепи и среднее значение предела выносливости  $\bar{F}_{oc}$  этой детали, превышение которого обуславливает отказ цепи:

$$U_p = -(\bar{F}_{oc} - \bar{F}_a) / \sqrt{S_{F_{oc}}^2 + S_{F_a}^2}. \quad (8)$$

Откуда приходим к выражению (7), при этом  $\nu_W = \nu_{F_{oc}}$  и  $\nu_F = \nu_{F_a}$ .

Вероятностный расчет на прочность деталей муфты может выполняться как проверочный. Приведем алгоритм его проведения:

1. по результатам статистической обработки данных испытаний образцов и параметрам цепи необходимо определить характеристики сопротивления усталости:  $\bar{F}_{oc}$  – медианное значение предела выносливости;  $m_F$  – показатель степени кривой усталости;  $\nu_{F_{oc}}$  – коэффициент вариации предела выносливости;

2. по результатам обработки экспериментальных данных необходимо найти параметры нагруженности цепи  $F_{cm}$  и  $F_a$  – среднее и амплитудное натяжение цепи;  $\nu_{F_a}$  – коэффициент вариации нагрузки;

3. имея данные по пп. 1 и 2, вычисляем коэффициент  $\bar{n}$ ;

4. по формуле (8) находим  $U_p$ ;

5. по таблице нормального распределения с учетом  $U_p$  находим  $F_0(U_p)$ ;

6. по формуле (6) рассчитываем вероятность неразрушения детали в проектируемом приводе.

Возможна также постановка следующей задачи: по назначенной величине  $P(z > 0)$  и известных значениях  $\nu_W$  и  $\nu_F$  необходимо найти коэффициент безопасности. Соответствующая математическая модель вытекает из решения выражения (7) относительно  $\bar{n}$ :

$$\bar{n} = \left[ 1 + \sqrt{1 - (1 - U_p^2 \nu_W^2)(1 - U_p^2 \nu_F^2)} / (1 - U_p^2 \nu_W^2) \right]$$

### Заключение

Результаты проведенных исследований позволяют сформулировать следующие выводы:

- вероятностные расчеты необходимо рассматривать как неотъемлемую составляющую процесса проектирования цепных муфт;
- задача вероятностного расчета цепных муфт может быть сведена к определению характеристик функции распределения ресурса цепи в проектируемой муфте;
- рассмотренная методика вероятностного расчета цепных муфт, является единой при оценке сопротивления усталости и износостойкости их деталей.

#### Библиографический список

1. Учаев, П.Н. Цепные муфты в приводе машин / П.Н. Учаев // Вестник машиностроения. -1988.-1987. – С.22-25.
2. Муфты и тормоза приводов машин / П.Н. Учаев, Г. Емельянов, И.С. Захаров и др.; под общ. ред. Н.Н. Учаева. 4-е издание, исправл. М.: Высш. шк., 2006. – 296 с.
3. Сергеев, С.А. К вопросу выполнения вероятностных расчетов цепных муфт / Сергеев С.А., Трубников В.Н., Боев С.Г. // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. 2017. №4. С. 36-39.
4. Бережной, С.Б. Роликовые цепные передачи. / С.Б.Бережной - М. : МГТУ им. Баумана, 2004.-242 с.
5. Метильков С.А. Надёжность цепных передач машин / С.А. Метильков Краснодар: Советская Кубань, 2000. - 103 с.
6. Сергеев, С.А. Методология расчета динамики привода с цепными муфтами / Сергеев С.А., Трубников В.Н., Боев С.Г. // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. 2016. №9. С. 179-184.
7. Климов, Н.С. Надёжность цепных муфт / Климов Н.С., Трубников В.Н., Сергеев С.А. // Механическое оборудование металлургических заводов. 2016. №1 (6). С. 47-53.
8. Сергеев, С.А. Напряженно-деформированное состояние элементов приводных цепей / С.А. Сергеев, В.Н. Трубников, С.Г. Боев // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. 2017. №1. С. 31-39.
9. Сергеев, С.А. Оценка эффективности параметрической оптимизации модернизированного профиля зубьев звездочки-полумуфты / Сергеев С.А., Трубников В.Н. // Вестник Курской государственной сельскохозяйственной академии. 2016. №7. С. 69-73.

---

#### *Information about the paper in English*

**V.N. Trubnikov**  
 Ivanov Kursk State Agricultural Academy  
 Kursk, Russia  
 E-mail kgsha.pma@mail.ru  
**S.G. Boev**  
 South-West State University  
 Kursk, Russia  
 E-mail boev.boss@yandex.ru  
**S.A. Sergeev**  
 Nauka i obrazovanie LLC  
 Stary Oskol, Russia  
 E-mail ssa-cib@yandex.ru  
 Received 17.10.2017

#### CHAIN COUPLING DESIGN TECHNIQUE BASED ON PROBABILITY CALCULATION

##### Abstract

This article examines the basics of probabilistic design of chain couplings, which help generate a single reliability-based design strategy. The need for such approach can be justified by the fact that a working coupling is subject to random impacts. The probability calculation can also be used for verification purposes. The article describes the algorithm of such calculation.

**Keywords:** chain coupling; performance criteria; coupling design; reliability; durability; probability calculation.

---