



УДК 536.24

Н.Н. Синицын, А.А. Костылева,  
Д.С. Ревякина, Д.С. Прокопьева  
ФГБОУ ВО «Череповецкий Государственный университет»  
г. Череповец, Россия  
E-mail: sinitsyn@chsu.ru  
Дата поступления: 24.03.2017

## ОЦЕНКА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ СТАЛЕПЛАВИЛЬНОГО ШЛАКА ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ

### Аннотация

Предложена математическая модель охлаждения жидкого сталеплавильного шлака на шлаковом поле. Численное решение задачи Стефана, включающее сквозное уравнение теплопроводности, проводится конечно-разностным методом, по явной схеме аппроксимации производных, приведено тестирование численной модели затвердевания сталеплавильного шлака при граничных условиях первого рода. Представлены результаты исследования влияния настроечных параметров численного алгоритма на погрешность моделирования. Приведены результаты оценки температурного поля в шлаке и координаты фазового перехода шлака при граничных условиях третьего рода. Представлена оценка коэффициента теплоотдачи при струйном капельном охлаждении, методика определения координаты фазового перехода.

**Ключевые слова:** математическая модель охлаждения шлака, температурное поле, фазовый переход, координаты фронта затвердевания, численный метод, метод конечных разностей, явная схема, задача Стефана, коэффициент теплоотдачи.

Увеличение производительности цехов по переработке шлаков сталеплавильного производства сдерживается производительностью существующих шлаковых полей. Для процессов термодробления необходимо, чтобы жидкий шлак перешел в твердое состояние. Для этого шлак заливается водой. С целью снижения расхода воды и повышения эффективности процесса охлаждения необходимо исследование температурного поля жидкого шлака при его охлаждении. При этом в зимний период из-за охлаждения шлака водой (по технологии) происходит сильное запаривание. Снижение видимости при выполнении технологических операций персоналом создает угрозу травмирования. Поэтому задача исследования температурного поля при охлаждении шлака является актуальной, позволяя эффективно охлаждать шлак и подбирать оптимальный расход воды, чтобы не было запаривания. Процесс охлаждения необходимо проводить при температуре поверхности слоя шлака, меньшей температуры кипения воды. Жидкий шлак имеет температуру  $T^0$ . В начальный момент времени на поверхности шлака внезапно

устанавливается некоторая температура  $T_c$ , которая больше температуры кипения воды. В результате охлаждения образуется затвердевший слой шлака переменной толщины. Нижняя подвижная граница его всегда имеет температуру фазового перехода  $T_\phi$ . На этой границе происходит переход из одного агрегатного состояния в другое, на что требуется теплота фазового перехода  $L$ , Дж/кг. Таким образом, верхняя граница ( $x=\xi$ ) жидкой фазы имеет постоянную температуру затвердевания, а нижняя граница ( $x=l$ ) – некоторую постоянную температуру жидкого шлака на большой глубине. Нижнюю границу жидкой зоны принимаем лежащей бесконечно глубоко ( $l=\infty$ ). Коэффициенты переноса твердой и жидкой зон различны. Предположим, что перенос теплоты в шлаке происходит только вследствие теплопроводности (рисунок 1).

Для изучения закономерностей затвердевания и охлаждения жидкого сталеплавильного шлака применяют математические модели. Основу этих моделей составляет численное решение задачи Стефана, включающее определение границы фазового перехода из жидкого состояния в

твердое и полей температуры в жидкой и твердой фазе шлака. Математическая модель одномерного процесса затвердевания, которая включает сквозное уравнение теплопроводности, общее для твердой и жидкой фазы [2, 3]

$$c_{эф} \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (1)$$

интегрируемое в области:  
 $0 \leq x \leq l, 0 \leq \tau \leq \tau_x$ ;

начальное условие:

$$T|_{\tau=0} = T^0; \quad (2)$$

граничные условия:

$$\text{при } x = 0 \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \alpha(T - T_{ср}); \quad (3)$$

$$\text{при } x = l = \infty \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность шлака;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $l$  – толщина слоя шлака;  $T_{ср}$  – температура окружающей среды;  $T^0$  – начальная температура жидкого шлака;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $c_{эф}$  – эффективная удельная теплоемкость;  $T$  – текущая температура;  $x$  – текущая координата;  $\tau$  – время.

При моделировании затвердевания шлака источник тепла фазового перехода «размазывают» по фиктивному интервалу температур  $\Delta T = T_{л} - T_{с}$ . При этом выделение теплоты фазового перехода в интервале температур  $\Delta T$  учитывают с помощью эффективной удельной теплоемкости  $c_{эф}$ , задаваемой выражением:

$$c_{эф} = \begin{cases} c_1(T), & T < T_c; \\ c_1(T_c) \cdot \psi + c(T_{л}) \cdot (1 - \psi) + \frac{L}{\Delta T}, & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ c_2(T), & T > T_{л}, \end{cases}$$

где  $c_1$  и  $c_2$  – удельная теплоемкость твердого и жидкого шлаков;  $L$  – теплота фазового перехода;  $\psi$  – доля затвердевшего шлака;  $T_{л} = T_{ф} + \frac{\Delta T}{2}$ ;  $T_{с} = T_{ф} - \frac{\Delta T}{2}$  – фиктивные температуры начала и окончания фазового перехода.

Коэффициент теплопроводности и плотность определим по формулам:

$$\lambda = \begin{cases} \lambda_1, & T < T_c; \\ \lambda_1 \cdot \psi + \lambda_2 \cdot (1 - \psi), & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ \lambda_2, & T > T_{л}, \end{cases}$$

$$\rho = \begin{cases} \rho_1, & T < T_c; \\ \rho_1 \cdot \psi + \rho_2 \cdot (1 - \psi), & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ \rho_2, & T > T_{л}, \end{cases}$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности твердого и жидкого шлаков;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  – плотности твердого и жидкого материала.

Величина  $\psi$  определяется по формуле:

$$\psi = \begin{cases} 1, & T < T_c; \\ \frac{T_{л} - T}{T_{л} - T_c}, & T_c \leq T \leq T_{л}; \\ 0, & T > T_{л}. \end{cases}$$

На рисунке 1 показана схема затвердевания шлака.

Целью моделирования является определение координаты фронта затвердевания и температуры поля в твердой и жидкой частях. Расчет произведем методом сквозного счета [2, 3]. Система (1)-(4) в общем случае может быть решена только численным методом. При использовании метода конечных разностей значение температур определяют в узлах сетки расчетной области (рисунок 2).

Здесь  $a$  и  $b$  – границы расчетной области, координаты которых находят по формуле  $x_i = (i - 0,5) \cdot \Delta x$  для дискретных моментов времени  $\tau^n = \Delta \tau \cdot n$ ,

где  $i = 0, N + 1$ ,  $N$  – количество узлов внутри расчетной области, 0 и

$N + 1$  – номера узлов, находящихся за пределами области на расстоянии  $\Delta x / 2$ ;  $\Delta x = S / N$  – расстояние между узлами;  $n = 0, (\tau_k / \Delta \tau)$  – моменты времени ( $n = 0$  – начальный момент времени;  $\Delta \tau$  – расчетный шаг по времени).

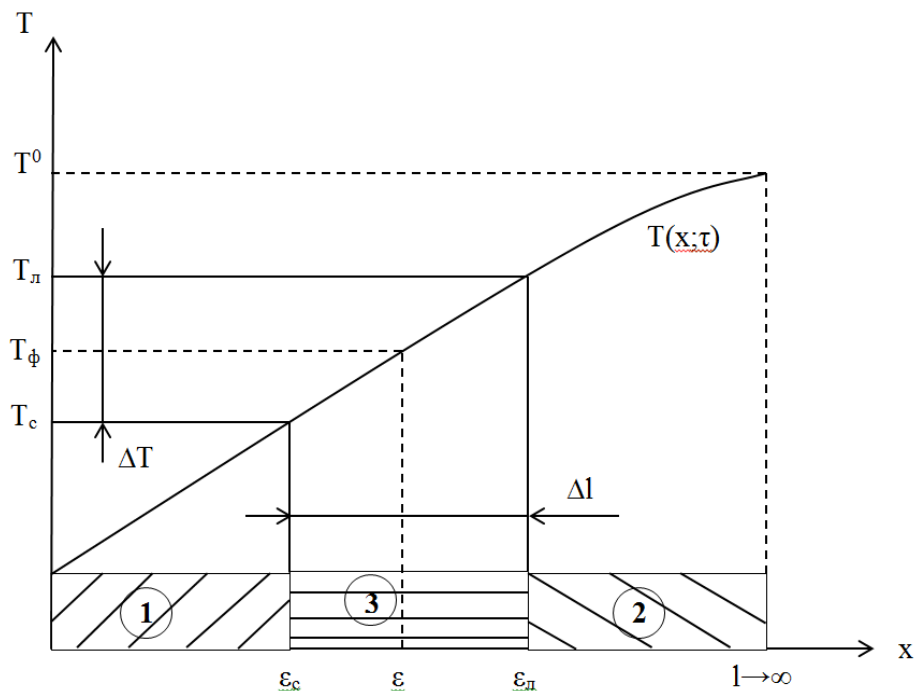


Рисунок 1. Схема расчетной области: 1- твердая фаза; 2- жидкая фаза; 3 – двухфазная зона;  $\Delta l$  – ширина двухфазной зоны;  $\varepsilon_c$ ,  $\varepsilon$  и  $\varepsilon_l$  – координаты изотерм начала фазового перехода, температуры фазового перехода и температуры окончания фазового перехода.

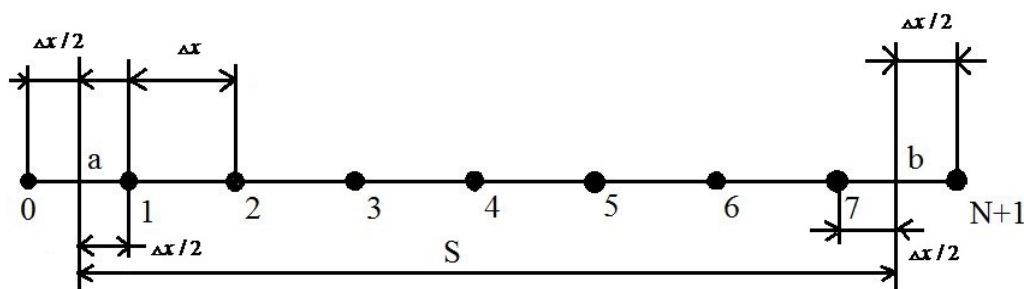


Рисунок 2 Схема расчетной области

При использовании явной схемы аппроксимации производных по координате температуры в следующий момент времени  $n+1$  в  $N$  внутренних узлах определяют по формуле:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \frac{\Delta\tau}{c(T_i^n) \cdot \rho(T_i^n) \cdot \Delta x^2} \cdot \left[ \lambda_{i+1/2} (T_{i+1} - T_i) - \lambda_{i-1/2} (T_i - T_{i-1}) \right]^n,$$

где  $i = \overline{1, N}$ ,  $\lambda_{i+1/2} = \lambda[(T_{i-n}^n + T_i^n)/2]$ ,  $\lambda_{i-1/2} = \lambda[(T_i^n + T_{i-1}^n)/2]$ .

Температуру в начальный момент времени задают по формуле:

$$T_i = T_i^0 \text{ для } i = \overline{0, N+1}$$

Температуру в фиктивных узлах  $i=0$  и  $N+1$  в момент времени  $n+1$  определяют по формулам:

$$T_i = \frac{(1-\chi)T + 2\chi T_i}{1+\chi}, \quad \chi = \frac{\alpha \cdot \Delta x}{2\lambda}, \quad T_{N+1} = T_N.$$

Расположение границы фазового перехода материала определяют в поле температур по температуре фазового перехода в цикле по  $i = \overline{2 \dots N}$  из условия:

$$\text{если } T_{i-1} \geq T_\phi \geq T_i, \text{ то } \xi = \Delta x(i - \frac{3}{2}) + \Delta x \frac{T_{i-1} - T_\phi}{T_{i-1} - T_i}$$

Численное решение при явной схеме аппроксимации является условно устойчивым. В этом случае расчетный шаг определяется по формуле:

$$\Delta \tau = \Delta x^2 / (k_y \cdot a),$$

где  $k_y \geq 2$ ;  $a$  – коэффициент температуропроводности.

Погрешность численного решения будет зависеть от настроечных параметров алгоритма  $N=1280$ ,  $k_y=2,1$  и  $\Delta T=160$ . Необходимо выбирать эти параметры таким образом, чтобы погрешность результатов моделирования не превосходила заданную,  $\varepsilon < 1\%$ .

Для выбора этих параметров выполним тестирование численного решения задачи Стефана путем сравнения с точным

$$\frac{\lambda_1 (T_\phi - T_c)}{\sqrt{a_1} \operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_1}\right) + \frac{\lambda_2 (T_0 - T_\phi)}{\sqrt{a_2} \operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4a_2}\right) = \frac{L\rho_2\sqrt{\pi}}{2} \beta \quad (7)$$

Здесь  $\beta = \xi / \sqrt{\tau}$  – коэффициент пропорциональности, характеризующий скорость углубления зоны затвердевания шлака;  $\tau$  – время;  $x$  – текущая координата;  $T_1(x, \tau)$  и  $T_2(x, \tau)$  – текущие температуры;  $a_1$  и  $a_2$  – коэффициенты температуропроводности;  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности;  $\operatorname{erf} u$  и  $\operatorname{erfc} u$  – функции ошибок Гаусса.

Характеристическое уравнение (7) можно решить графическим путем относительно  $\beta$ .

При водоструйном охлаждении поверхностей коэффициент теплоотдачи изменяется от 200 до 900 Вт/(м<sup>2</sup>К). На рисунке 3 представлена зависимость интервала времени охлаждения поверхности раскаленного шлака до температуры менее 100<sup>0</sup>С от коэффициента теплоотдачи.

Таким образом, предложенная математическая модель нестационарного температурного поля позволит исследовать закономерности охлаждения жидкого шлака. При этом можно получить расходные характеристики охлаждающей воды.

решением этой задачи [1], которое известно для граничных условий первого рода и включает поле температуры:

в твердой зоне:

$$T_1(x, \tau) = T_c + (T_\phi - T_c) \frac{\operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a_1\tau}}}{\operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_1}}}, \quad (5)$$

в жидкой зоне:

$$T_2(x, \tau) = T^0 - \frac{(T^0 - T_\phi)}{\operatorname{erfc} \frac{\beta}{2\sqrt{a_2}}} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{a_2\tau}}. \quad (6)$$

Коэффициент  $\beta$  определяется из граничного условия (7), то есть из следующего характеристического уравнения:

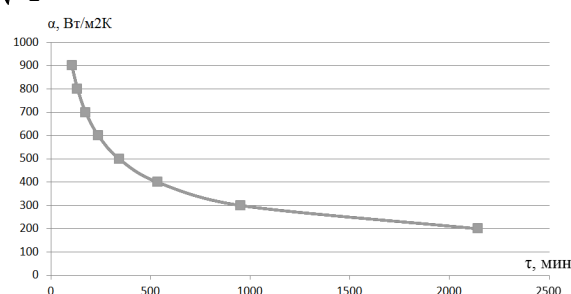


Рисунок 3. Взаимосвязь промежутка охлаждения до 100<sup>0</sup>С поверхности шлака от коэффициента теплоотдачи

Из рисунка 3 видно, что с уменьшением коэффициента теплоотдачи интервал охлаждения существенно увеличивается. Взаимосвязь коэффициента теплоотдачи от плотности орошения имеет зависимость [4]

$$\alpha = \mu \cdot q, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}},$$

где  $\mu = 80 \div 90$ ;  $q, \text{л}^3 / (\text{с} \cdot \text{м}^2)$  – плотность орошения водой поверхности нагрева.

Для увеличения коэффициента теплоотдачи необходимо увеличивать расход воды. При коэффициенте теплоотдачи расход воды должен быть равен 10 м<sup>3</sup> в час или 2,777 кг/с  $\approx 3$  л в секунду на м<sup>2</sup>, тогда пар не будет образовываться через 1,759 мин.

На рисунке 4 представлена зависимость роста корки шлака во времени.

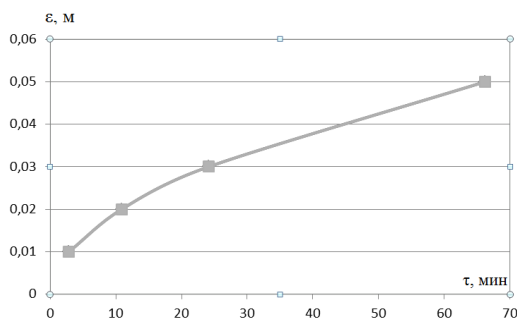


Рисунок 4. Зависимость толщины корки шлака от времени

Из рисунка 4 видно, что с увеличением времени охлаждения рост корки замедляется, и зависимость имеет вид

$$\varepsilon = 5,86875 \cdot \tau^{0,512}, \delta = \pm 0,38\%$$

На рисунке 5 представлено изменение температурного поля корки шлака при охлаждении.

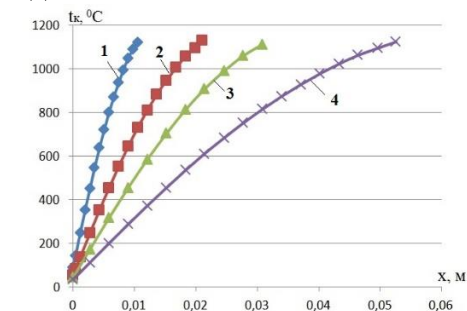


Рисунок 5. Температурное поле в корке шлака в момент времени: 1 –  $\tau = 2,85$  мин;

2 –  $\tau = 10,9$  мин; 3 –  $\tau = 24,15$  мин;  
4 –  $\tau = 66,23$  мин

Таким образом, предложенная математическая модель нестационарного температурного поля позволит исследовать закономерности охлаждения жидкого шлака при граничных условиях третьего рода, определить температурное поле и координату фазового перехода шлака. При этом можно получить расходные характеристики охлаждающей воды при орошении поверхности жидкого сталеплавильного шлака на шлаковом поле по коэффициенту теплоотдачи.

#### Библиографический список

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. Учебное пособие для вузов. Высшая школа, М.: 1967г. – 600с;
2. Синицын Н.Н., Кабаков З.К., Степанова А.В., Малинов А.Г. Модель замораживания железорудного концентрата. Вестник ЧГУ, №2(47). Т.1. – 2013. – с. 19-22.
3. Синицын Н.Н., Кабаков З.К., Домрачев Д.А. Математическая модель сушки коры деревьев при высокоинтенсивном нагреве. Вестник ЧГУ, №2. – Т.2 – 2013 – с. 24 – 28.

---

#### Information about the paper in English

N. N. Sinitsyn, A. A. Kostyleva,  
D. S. Revyakina, D. S. Prokopena  
Cherepovets State University  
Cherepovets, Russian Federation  
E-mail: sinitsyn@chsu.ru  
Received 24.03.2017

#### ANALYSIS OF THE TEMPERATURE FIELD OF STEELMAKING SLAG DURING COOLING

##### Abstract

The authors present a mathematical model for the cooling of liquid steelmaking slag at a slag field. The numerical solution of Stefan's problem, which includes the through heat equation, is found with the help of finite-difference method using the explicit scheme of derivatives approximation. The authors show how they tested the model of slag solidification under boundary conditions of the first kind. The authors present the results of the study that looked at how the settings of the numerical algorithm can affect the modelling accuracy. The article presents the results of the analysis of the temperature field in the slag and the coordinates of the phase transition under the boundary conditions of the third kind. The authors present their estimation of the heat transfer coefficient under the spray cooling conditions, as well as a method for determining the phase transition coordinates.

**Keywords:** mathematical model of the slag cooling process, temperature field, phase transition, the coordinates of the solidification front, numerical method, finite-difference method, explicit scheme, Stefan's problem, heat transfer coefficient.

---